

高周波共振空洞の電磁場分布の測定

2015.6 Iw

★ Shunt Impedance Z

加速空洞の性能を表す指標。入力（消費）電力 P と、発生電場 E_0 の大きさとを関係づける。用途によって、長さあたりの値を使う場合と、空洞単体の値を使い分けるので、注意が必要。

a) 長さあたりの値の場合 ... Z [Ω/m]

$$P = \frac{E_0^2}{Z} [W/m]$$

$$Z = \frac{E_0^2}{P} = \left(\int_{-L/2}^{L/2} E(z) dz \right)^2 / PL^2 [\Omega/m]$$

$$Z_{\text{eff}} = ZT^2 = \left(\int_{-L/2}^{L/2} E(z) \cos \pi \frac{z}{L} dz \right)^2 / PL^2 [\Omega/m]$$

b) 空洞単体の値の場合 ... Z [Ω]

$$P = \frac{V^2}{Z} [W]$$

$$Z = \frac{V^2}{P} = \left(\int_{-L/2}^{L/2} E(z) dz \right)^2 / P [\Omega]$$

$$Z_{\text{eff}} = ZT^2 = \left(\int_{-L/2}^{L/2} E(z) \cos \pi \frac{z}{L} dz \right)^2 / P [\Omega]$$

註) E と V は振幅（ピーク値）を使う場合と、実効値を使う場合があるので、注意すること。

★ Q value

共振器の性能を表す指標。共振器内に蓄えられた蓄積エネルギー W を、角周期あたりの消失エネルギー P で割ったもの。

$$Q = \frac{\omega W}{P}$$

a) 長さあたりの値の場合

$$W [J/m], P [W/m]$$

b) 空洞単体の値の場合

$$W [J], P [W]$$

★ BEAD-PULL perturbation Method

高周波共振空洞中に摂動を加え、共振周波数の変化を調べて電磁場分布を測定する。
ここでは結果のみを使う。次の式の導出は宿題。

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{4W} \int K(\mu H^2 - \epsilon E^2) dv$$

where

- W : Total Stored Energy [J]
- Δv : Volume of Perturbator [m³]
- H : Magnetic Field [A/m]
- μ : permeability [H/m]
- E : Electric Field [V/m]
- ϵ : Dielectric Coefficient [F/m]
- K : Constant which depends on the shape of the perturbator
K=3 for small metal sphere

半径 r の金属小球が電場だけの領域にあるとき、

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{-3\epsilon_0}{4W} E^2 \Delta v = \frac{-\pi\epsilon_0 r^3}{W} E^2$$

従って、

$$E(z) = \sqrt{\frac{\Delta f}{f} \frac{4W}{-3\epsilon_0 \Delta v}} = \sqrt{-\Delta f \frac{2W}{\epsilon_0 \omega r^3}} [V/m]$$

空洞単体で測るので、

$$\frac{Z}{PQ} = \frac{V^2}{PQ} = \left(\int_{-L/2}^{L/2} E(z) dz \right)^2 / \omega W = \left(\int_{-L/2}^{L/2} \sqrt{\Delta f} dz \right)^2 \frac{2}{\epsilon_0 r^3 \omega^2} [\Omega]$$

長さあたりにするときは、これを空洞の長さで割る。

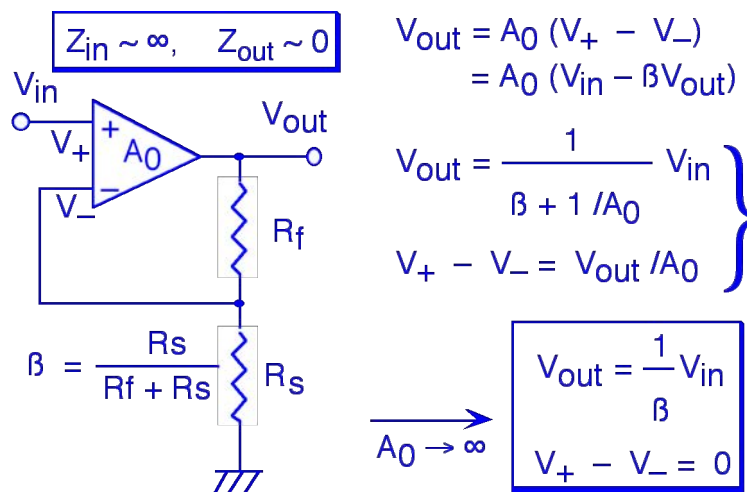
Beadpull 法での周波数変化測定法（回路の説明）

Beadpull 法では高周波共振空洞中に摂動を加え、共振周波数の変化を調べて電磁場分布を測定する。このため、共振周波数の変化を測定する必要がある。

ここではPLL（Phase Locked Loop）を用いた共振周波数の追跡を行い、変化分を測定する。共振点付近において、外部から高周波電力が強制振動源として与えられ、外部高周波電力の位相と共振空洞内の電磁場の位相との差が外部高周波電力の周波数と共振周波数との差に比例する。これを利用して負帰還をかけ、PLL(Phase Locked Loop)を構成する。

負帰還（NFB）

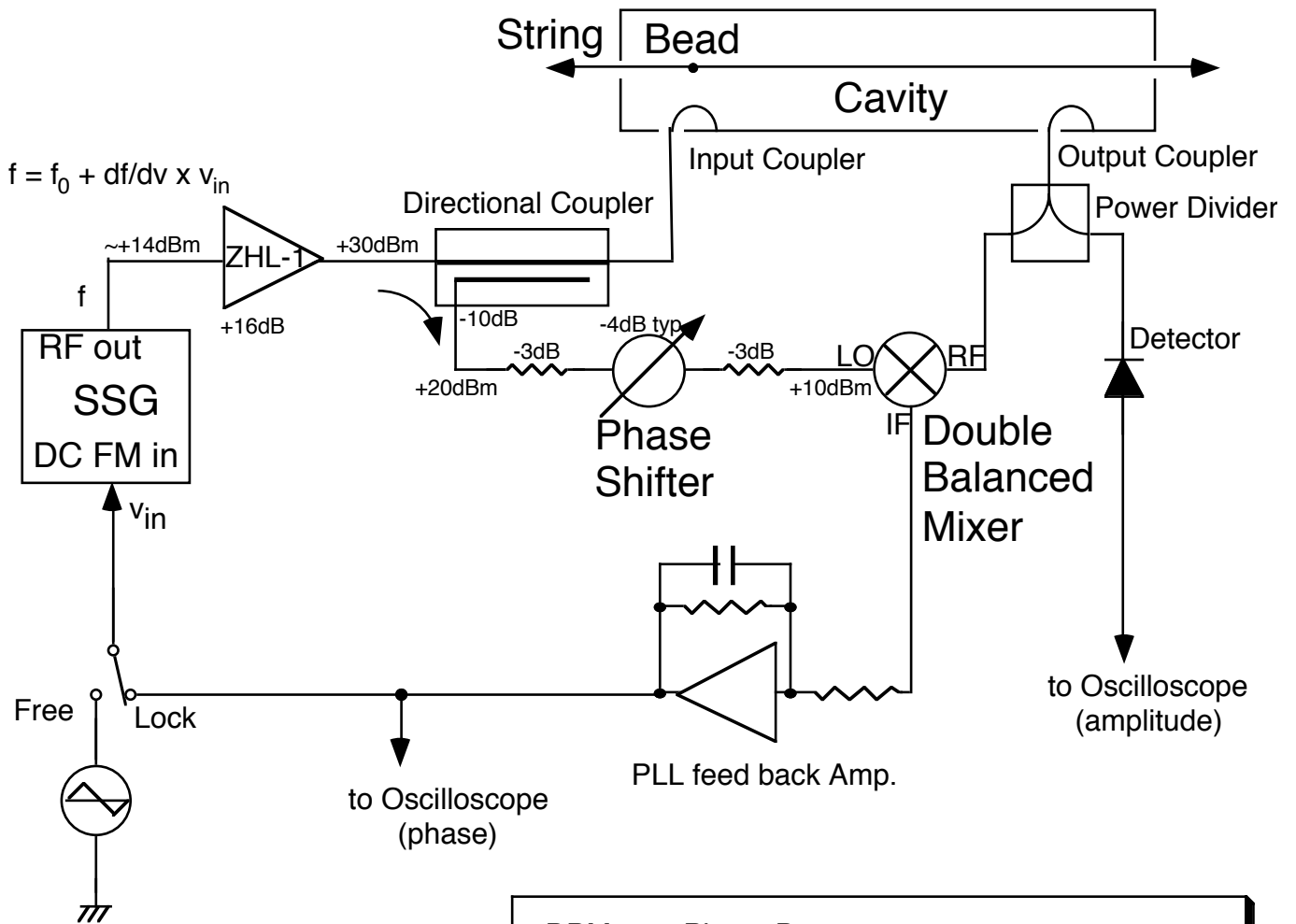
図1のような回路を考える。A0は理想増幅器で、+入力と-入力を持ち、その差を増幅度A0で出力する。



Aの入力インピーダンスは無限大で、入力には電流は流れ込まない。また、出力のインピーダンスはゼロとする。出力電圧を R_f と R_s で分圧し、その分圧比を β とする。このように出力が減少するように入力側へ出力信号を戻すことを負帰還という。回路全体の増幅度 A は $1/(\beta + 1/A_0)$ となるが、増幅度 A_0 が $1/\beta$ より十分大きければ増幅率は $1/\beta$ となり、 A_0 に依存しなくなる。つまり、少々 A_0 が変化してもその影響は出力にはでない。負帰還を用いなければ A_0 の変動は出力を直接変動させる。また、+入力と-入力に着目すると増幅度 A_0 が十分大きい極限ではその差はゼロとなる（仮想短絡 — virtual short）。このように負帰還を用いたループを構成すると両者の差（誤差）をなくすような制御をすることができる。

PLL (Phase Locked Loop)

PLLはその名の通り、位相を追従させるようにした帰還ループである。



DBM as a Phase Detector

$$IF = RF \times LO \quad \begin{cases} RF = \sin(\omega t + \varphi) \\ LO = \cos \omega t \end{cases}$$

$$\sin(\omega t + \varphi) \cos \omega t = \frac{1}{2} \{ \sin(2\omega t + \varphi) + \sin \varphi \} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin \varphi$$